

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2018
год
10 класс

Продолжительность – 4 часа (240 минут).

Максимальный балл – 35

10-1. Петя задумал трёхзначное число n и сообщил его 10 друзьям. Первый из них рассказал, что n делится на все числа от 1 до 10, второй объявил, что оно делится на все числа от 2 до 10, третий — на все числа от 3 до 10, и так далее. Наконец, 10-й друг сообщил, что оно делится на 10. Могло ли оказаться, что хотя бы четверо друзей оказались правы?

10-2. Числа m и n взаимно просты. Каким может быть НОД чисел $m + n$ и $m^2 + n^2$?

10-3. а) В окружность вписан многоугольник с $n = 2017$ сторонами. Известно, что все его углы равны. Будут равными его стороны? б) Тот же вопрос, если $n = 2018$.

10-4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $\sin^2 x + 2\sin x \cos x + 3\cos^2 x$.

10-5. Пусть a, b, c и d — действительные числа и $abcd = 1$. Докажите неравенство:

$$ab + bc + cd + da \leq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2}$$

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2018
год
10 класс

Продолжительность – 4 часа (240 минут).

Максимальный балл – 35

10-1. Петя задумал трёхзначное число n и сообщил его 10 друзьям. Первый из них рассказал, что n делится на все числа от 1 до 10, второй объявил, что оно делится на все числа от 2 до 10, третий — на все числа от 3 до 10, и так далее. Наконец, 10-й друг сообщил, что оно делится на 10. Могло ли оказаться, что хотя бы четверо друзей оказались правы?

10-2. Числа m и n взаимно просты. Каким может быть НОД чисел $m + n$ и $m^2 + n^2$?

10-3. а) В окружность вписан многоугольник с $n = 2017$ сторонами. Известно, что все его углы равны. Будут равными его стороны? б) Тот же вопрос, если $n = 2018$.

10-4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $\sin^2 x + 2\sin x \cos x + 3\cos^2 x$.

10-5. Пусть a, b, c и d — действительные числа и $abcd = 1$. Докажите неравенство:

$$ab + bc + cd + da \leq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2}$$